

Physique Microscopique

L'objectif de ce cours - TD est de faire prendre conscience des limites de la physique classique (mécanique rationnelle et électromagnétisme, ondes électromagnétiques) lorsque les phénomènes étudiés mettent en jeu de très petites énergies et des interactions entre matière et rayonnement.

Cet enseignement utilise des résultats des années antérieures de mécanique, d'électromagnétisme et de thermodynamique. Dans la mesure du possible des ponts sont réalisés avec les cours - TD - TP d'ondes électromagnétiques et mathématiques (1^{er} semestre) et ceux d'optique - cristallographie du second semestre.

Le plan de l'enseignement peut être présenté comme suit :

A la genèse de la physique quantique = comment la nécessaire modélisation des résultats expérimentaux a introduit la quantification de l'énergie, de la matière, du rayonnement.

B les bases de la physique quantique : en quelques décennies furent posés certains principes sur lesquels reposent la physique quantique et l'explication des phénomènes physiques connus à ce jour.

C Applications de l'Equation de Schrödinger : sans utiliser les opérateurs et les formalismes usuels de la mécanique quantique, un certain nombre d'exemples sont traités.

L'étudiant devrait, à la suite de cet enseignement, savoir lorsqu'un phénomène doit être considéré comme nécessitant un traitement relativiste ou non, quantique ou non.

A la genèse de la physique quantique

A1 les limites de la mécanique rationnelle et de l'électromagnétisme

- chaleur spécifique
- le rayonnement du corps noir
- d'autres questions sans réponse = stabilité des atomes
- incompatibilité entre lois des vitesses et équations de Maxwell
- relativité restreinte

A2 Des expériences démontrent l'existence des particules élémentaires et la quantification de la charge et de l'énergie

- Théorie de Planck (1900) = quantifier l'énergie
- expérience de Millikan (1911) = quantifier la charge (électron)
- Rutherford et Nelson (1910) = charge et taille du noyau
- Franck et Hertz (1914) = énergie quantifiée de l'atome
- Dymond et Watson (1928) = mesure de niveaux d'énergie

A3 Des expériences d'interaction entre la matière et le rayonnement démontrent la quantification du rayonnement

- Planck et Einstein (1900 - 1905)
- Effet photoélectrique : un rayonnement apporte de l'énergie aux particules
- production de rayons X : des particules permettent de créer un rayonnement
- Interaction entre particules et rayonnement (= photon) l'effet Compton
- Postulats de Bohr et ses conséquences
- Théorie quantique de Bohr-Sommerfeld
- "Vieille" théorie quantique et spectres de raies d'émission
- Conclusion sur la mécanique classique
- énergies (quanta d') et phénomènes physiques

A la genèse de la physique quantique

A 1. les limites de la mécanique rationnelle et de l'électromagnétisme

Vers la fin du 19^{ème} siècle, les bases de la mécanique classique d'une part, l'électromagnétisme avec ses équations de Maxwell ^{d'autre part} étaient bien établis et nombre pourraient penser que les lois de la physique étaient bien connues pour deux raisons :

- la mécanique et l'électromagnétisme permettaient de modéliser la quasi-totalité des phénomènes connus,
- il existait peu d'expériences démontrant de façon directe l'aspect granulaire de la matière et la réalité quantique. Bien sûr, depuis l'antiquité, on avait accumulé les concepts d'atomes mais des mesures directes étaient nécessaires.

Par contre, on ne savait pas modéliser certaines lois expérimentales dans le champ de la thermodynamique concernant par exemple la chaleur spécifique d'un matériau et le rayonnement du corps noir

Chaleur spécifique

La mécanique statistique attribue à chaque degré de liberté d'un système en équilibre à la température T une énergie cinétique moyenne $\frac{1}{2} kT$ (k constante de Boltzmann

$$k = R / N_A = 8,314 \text{ J/K.mol} / 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

Une molécule-gramme de gaz monoatomique possède donc l'énergie interne

$$3 N_A \cdot \frac{kT}{2} = \frac{3}{2} RT$$

Dès que l'atome devient plus complexe, avec de nombreuses électrons, on s'attend à voir l'énergie interne tenir compte du nombre croissant de degrés de liberté = ce n'est pas le cas expérimentalement.

(2)

Citons également le fait que pour une molécule diatomique dont les atomes sont alignés en ligne droite (CO_2 , N_2O , C_2H_2 $\text{H}-\text{C}\equiv\text{C}-\text{H}$) la rotation autour de l'axe n'est pas possible : on a seulement deux degrés de liberté de rotation (au lieu de 3) et 3 degrés de translation, donc l'énergie interne d'agitation thermique est

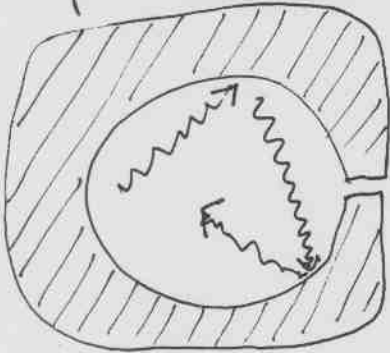
$$(2+3) \frac{RT}{2} = \frac{5}{2} RT$$

$$C_V = \frac{5}{2} R \quad \text{et} \quad C_P = \frac{7}{2} R$$

On constate pour les gaz diatomiques que ces valeurs ne correspondent pas à celles mesurées - le désaccord provient des filons d'énergie moléculaires de vibration mais surtout de l'inadéquation de la théorie classique (voir rappels de thermodynamique en (2'))

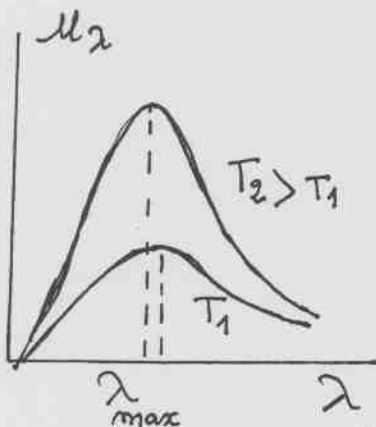
• le rayonnement du corps noir

les modèles proposés à la fin du 19^{ème} ne rendaient pas expérimentalement compte des résultats expérimentaux :



On connaît (et on connaissait) le corps noir, corps idéal qui absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit. Il est également un émetteur parfait. Dans la pratique une enceinte fermée d'une petite ouverture joue ce rôle puisqu'une radiation qui entre a peu de chance de ressortir et sera donc absorbée. Le rayonnement émis par un corps noir

ne dépend pas du matériau mais de la température. On constate par exemple dans un four quand T augmente que la totalité du four devient rouge sombre, puis jaune-orange, puis vive au blanc. Le résultat expérimental est représenté ci-après.



Si u_λ est la densité d'énergie spectrale, c'est-à-dire que l'énergie ^{puissance} par unité de volume de l'enceinte entre λ et $\lambda+d\lambda$ est $u_\lambda d\lambda$. (u_λ en $\text{J}/\text{m}^3/\text{m}$), alors on connaissait la loi de Wien

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$$

en 1879 Josef Stefan découvrit que l'énergie globale rayonnée par un corps noir varie comme T^4 ainsi :

$$\Sigma u = \int u_\lambda d\lambda = \sigma (T^4 - T_0^4)$$

T température du corps noir λ et T_0 celui du milieu qui l'entoure

Rappel (voir Bruhat de Thermodynamique)

(21)

Chaleurs spécifiques de corps purs Rappels de Thermodynamique

$$dW = -p dV \quad dQ = C_v dT + l dV$$

$$dU = dQ + dW \quad \rightarrow \quad l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad (1)$$

$$dW = -P dV \quad dQ = C_p dT + h dP$$

$$\rightarrow \quad h = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (2)$$

les relations de Clapeyron (1) et (2), combinées avec

$$l = \frac{C_p - C_v}{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P}$$

conduisent à

$$C_p - C_v = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

pour un gaz parfait $PV = RT$

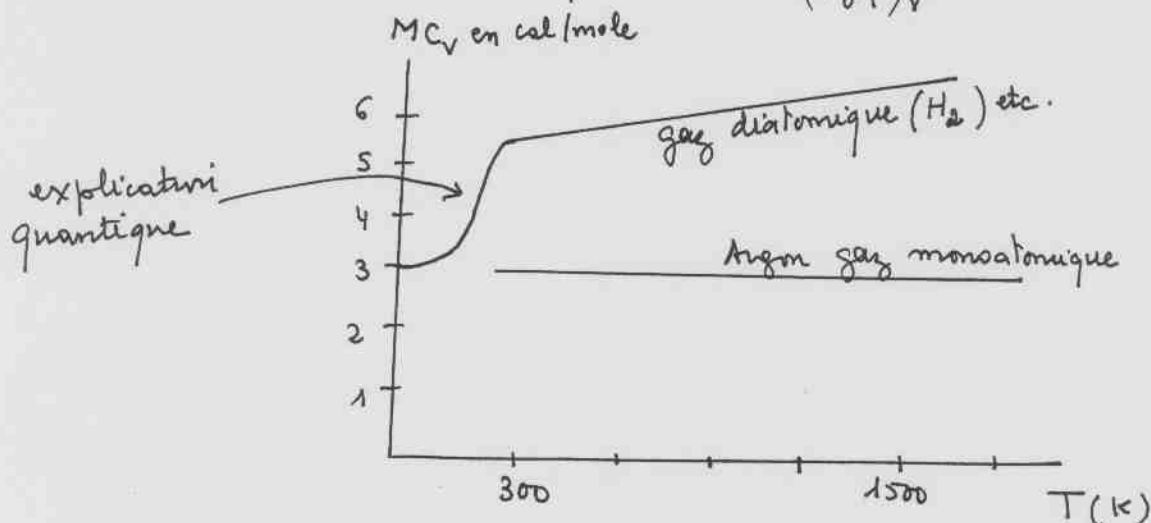
$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V} = \frac{P}{T} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} = \frac{V}{T}$$

donc

$$C_p - C_v = T \frac{P}{T} \cdot \frac{R}{P} = R \quad \text{relation de Mayer}$$

$$C_p - C_v = 8,3149 \text{ J/mol. degré}$$

on trouve comme résultats pour $C_v = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_V$



Rem: $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$ avec $H(T) = U(T) + PV$

cette loi est cohérente avec les formules connues de la thermodynamique (3)

$$u_\lambda d\lambda = u_\omega d\omega \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad |d\omega| = \frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$\text{et } u_\omega = u_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c}$$

on connaît (thermo) $u_\omega(\omega, T) = \omega^3 f\left(\frac{\omega}{T}\right)$

si $x = \frac{\omega}{T}$

$$u_{\text{total}} = \int_0^\infty u_\omega d\omega = T^4 \int_0^\infty x^3 f(x) dx$$

d'où $u_t = \sigma T^4$ loi de Stefan-Boltzmann
avec $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Pour expliquer la variation, $u_\lambda(T)$ (ou $u_\omega(T)$) diverses relations furent proposées

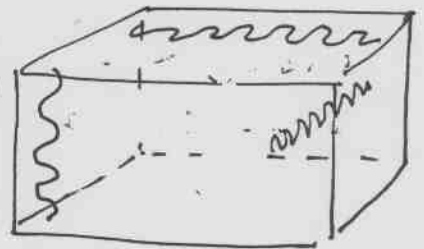
→ par Wien: $u_\lambda(T) = A \lambda^{-5} e^{-B/\lambda T}$

relation phénoménologique dont il fallait déterminer les constantes A et B expérimentalement

→ par Rayleigh et Jeans (qui rectifia une erreur d'un facteur 2 de Rayleigh)

$$u_\lambda(T) = c T \lambda^{-4} \quad c \text{ constante}$$

Pour parvenir à ce résultat on suppose que la cavité est le siège d'ondes stationnaires des ondes électromagnétiques dans les trois directions de référence et on calcule les fréquences de ces ondes. Puis on définit le nombre de modes dg de la cavité dans l'intervalle $d\omega$ (ou $d\lambda$) sans omettre le fait que les ondes sont superposition de deux ondes de polarisations perpendiculaires. On trouve en fin



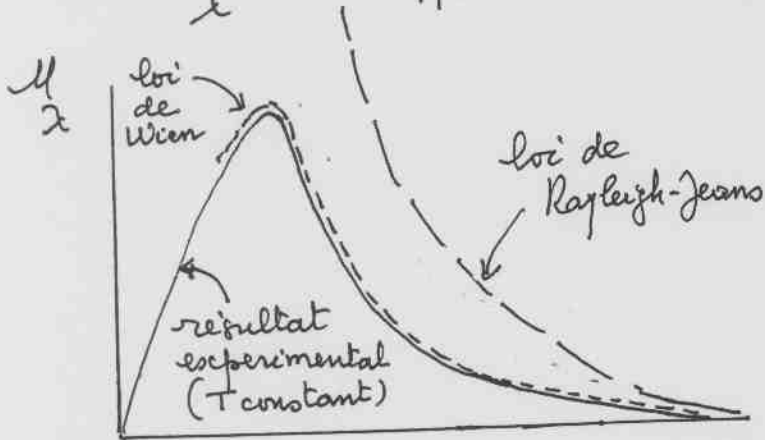
$$\frac{dg}{d\omega} = \frac{8\pi \omega^2}{c^3} \quad \text{ou} \quad \frac{dg}{d\lambda} = \frac{8\pi c}{\lambda^4}$$

Rayleigh et Jeans assimilent chaque mode de la cavité à un oscillateur linéaire qui possède deux degrés de liberté donc une énergie moyenne $2 \cdot \frac{1}{2} kT = kT$

d'où $du = kT dg = kT \frac{8\pi \omega^2}{c^3} d\omega$

$$u_\omega = \frac{du}{d\omega} = \frac{8\pi kT \omega^2}{c^3}, \quad u_\lambda = u_\omega \frac{2\pi c}{\lambda^2}$$

$$u_\lambda = \frac{kT}{\pi^2 c} \frac{4\pi^2 \omega^2}{c^2} \cdot \frac{2\pi c}{\lambda^2} = 8\pi kT \lambda^{-4}$$

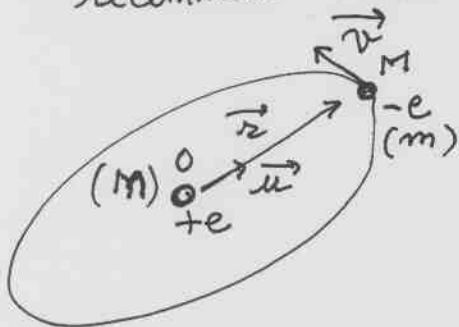


les valeurs s'écartaient de 50% de la loi de Wien dans la région mesurée (le visible) mais étaient totalement inutilisables pour les courtes longueurs d'onde (c'était la "catastrophe de l'ultraviolet")

en outre, si on calcule $u_\lambda = \int_0^\infty u_\omega d\omega = \frac{kT}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \omega^2 d\omega$ on arrive à une densité d'énergie totale infinie, ce qui est, bien sûr, absurde.

Le problème de modéliser correctement les lois du corps noir ($u_\lambda(\lambda)$ à T constant) était avec la physique classique ouvert et sans solution.

- D'autres questions restaient sans réponse telles les raies lumineuses (les spectres de raie) émis par les lampes à gaz, impossibles à expliquer. J'ai, comme chaque fois qu'un concept nouveau n'est pas apparu, on tente, sans succès, d'expliquer avec ce que l'on connaît, comme on fait faire. Ainsi, en 1911, alors que les hypothèses de quantification étaient formulées (Planck, Einstein...), Rutherford proposait pour l'atome un modèle inspiré du mouvement des planètes : l'électron récemment découvert tournant autour du noyau.



$$\vec{OM} = \vec{r} = r \vec{u}$$

$$\frac{d(\vec{OM})}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{u} + r \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{dr}{dt} \vec{u} + r\omega \vec{v}$$

si $r = \text{constante}(r)$ $\vec{v} = r\omega \vec{v}$

$$\frac{d^2(\vec{OM})}{dt^2} = r\omega \frac{d\vec{v}}{dt} = -r\omega^2 \vec{u}$$

L'équilibre des forces nous donne (gravitation négligeable):

$$-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u} = m \vec{\gamma} = -m r \omega^2 \vec{u} \quad \text{avec } v^2 = r^2 \omega^2$$

donc $m v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ d'où l'énergie cinétique $\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = W_c$

Concernant l'énergie potentielle supposée nulle à l'infini:

$$dW_p(r) = -F \cdot dr$$

$$W_\infty - W_p(r) = - \int_{\infty}^r \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr'$$

$$0 - W_p(r) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r -\frac{dr'}{r'^2} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r'} \right]_{\infty}^r = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]$$

$$W_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

d'où l'énergie totale de l'électron

$$W_E = W_p(r) + W_c(r) = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} < 0$$

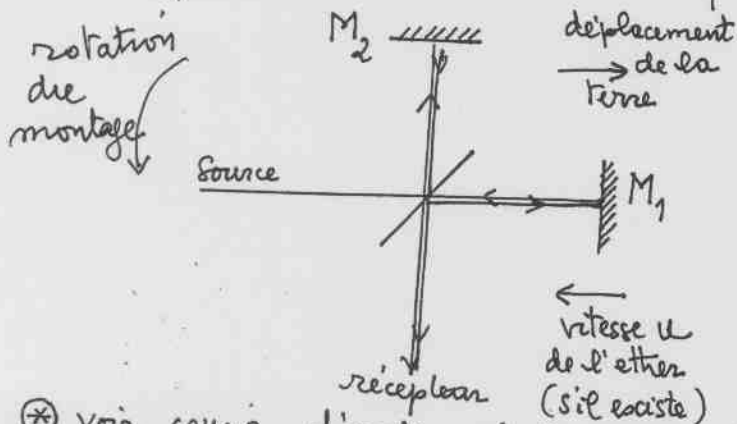
cette énergie de l'électron est négative. et deviendra d'autant plus petite que r tendra vers zéro. Avec un tel modèle, on en déduirait:

- qu'un tel ensemble $-e$ tournant autour d'une charge $+e$ est semblable à une antenne qui émet une onde électromagnétique dont la fréquence est celle de rotation sur l'orbite: \otimes

vitesse sur l'orbite: $v = \frac{e}{[4\pi\epsilon_0 m r]}^{1/2}$ et fréquence $\nu = \frac{e^2}{42\pi^3 r^3 \epsilon_0 m}$

- l'émission diminue l'énergie du système W_E et donc entraîne la diminution de r (W_E est négatif); la vitesse v augmente comme la fréquence ν . L'électron devrait tomber sur le noyau et la fréquence des raies de lumière émise devrait augmenter au cours du temps, ce qui n'est pas la réalité expérimentale.

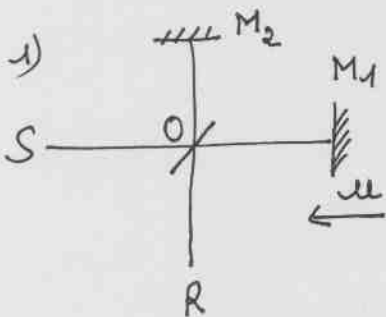
- Un autre problème majeur était l'incompatibilité entre les lois classiques de composition des vitesses de la mécanique et les équations de Maxwell. Les scientifiques liaient propagation et milieu matériel (à cause des ondes sonores) et cherchaient le milieu support des ondes électromagnétiques, l'éther. Ainsi la vitesse de la lumière aurait du changer en fonction des mouvements des sources et des récepteurs. C'est Michelson (1881) puis lui-même avec Morley (1887) qui démontrèrent que l'éther ne semblait pas exister:



en utilisant un interféromètre de Michelson, on réalisait des interférences dans deux situations. Dans la première le bras du miroir M_1 est dans le sens de la vitesse de déplacement de la Terre et dans le second cas, c'est le bras du miroir M_2 qui est dans cette direction

\otimes voir cours d'ondes électromagnétiques

dans l'hypothèse de l'existence de l'éther

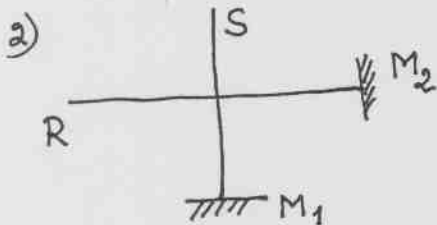


le temps mis en 1) par la lumière pour faire le trajet OM_1O est ($OM = d$)

$$t_1 = \frac{d}{c+u} + \frac{d}{c-u} = \frac{2d}{c(1-u^2/c^2)}$$

le temps mis pour faire le trajet OM_2O est

$$t_2 = \frac{2d}{(c^2-u^2)^{1/2}} = \frac{2d}{c(1-u^2/c^2)^{1/2}}$$



en tournant le prisme de 90° (comme indiqué en 2), on inverse le retard de phase d'une branche par rapport à l'autre et on doit observer un déplacement des franges

tel que, en nombre de franges =

$$\frac{\Delta t}{T} \text{ (période } T \text{ de la lumière)} = \frac{du^2}{c^2 T}$$

$$\Delta t \neq \frac{2d}{c} \left(1 + \frac{u^2}{c^2} + \dots - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots \right) \right) \neq \frac{2d}{c} \frac{u^2}{2c^2} = \frac{du^2}{c^3}$$

avec $u = 30 \text{ km/s}$, et dans les conditions de l'expérience où le $1/20$ ème de frange était détectable on aurait dû trouver $\frac{\Delta t}{T} = 0,4$. On ne trouva rien et les mesures les plus récentes donneraient pour la vitesse de l'éther s'il existait 5 cm/s au lieu de 30 km/s . Ces incohérences entre mécanique classique et électromagnétisme ont été à l'origine des postulats d'Einstein concernant la relativité restreinte.

- principe de relativité: toutes les lois de la physique ont la même forme dans tous les référentiels d'inertie
- la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie

Sur ces postulats se définissent les phénomènes de dilatation du temps = Si T_0 est l'intervalle de temps dans un référentiel au repos et T celui enregistré par deux horloges dans un référentiel en mouvement, on a:

$$T = \gamma T_0$$

$$\text{avec } \gamma = \frac{1}{[1 - v^2/c^2]^{1/2}}$$

De même, pour les longueurs mesurées dans les deux référentiels (contraction des longueurs)

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Les principes de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie restent valables mais certaines relations sont modifiées par rapport à celles de la mécanique classique (7)

$$p = mv \quad \underline{m = \gamma m_0} \quad m_0 \text{ masse au repos}$$

$$\underline{E = mc^2}$$

cette relation bien connue exprime l'énergie totale d'un système et l'équivalence entre masse et énergie. Ainsi l'énergie cinétique d'une particule est

$$E_{\text{ou } K} = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 (\gamma - 1)$$

$$\text{avec si } v \ll c \quad \gamma \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} \text{ etc}$$

$$\text{donc } E_{\text{ou } K} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right)$$

qui tend vers $\frac{1}{2} m_0 v^2$ quand $\frac{v}{c}$ tend vers zéro

On trouve aisément la relation entre l'énergie totale et la quantité de mouvement :

$$\underline{E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

qui pour une particule de masse au repos nulle devient

$$E = pc$$

Ces relations seront utiles dans la suite de cet enseignement