

# A2 Des expériences démontrent l'existence des particules élémentaires et la quantification de la charge et de l'énergie

L'histoire de la quantification est un bel exemple de la façon dont la science avance = des propositions de relations pour obtenir des descriptions phénoménologiques convenables (loi de Planck, hypothèse quantique d'Einstein) et des expériences qui démontrent la pertinence des hypothèses - Parfois les résultats expérimentaux précèdent les modélisations. Toujours, ce sont les expériences qui justifient les modélisations proposées. Pour ne pas alourdir le texte présentons les théories sans trop décrire les tâtonnements et en omettant les raisonnements contredits par l'expérience

## Théorie de Planck (1900)

Pour justifier une nouvelle formule de  $M$  qu'il proposa le 19 octobre 1900, Planck considéra que le corps noir était un ensemble d'oscillateurs et fit appel à la mécanique statistique et surtout <sup>(suppose)</sup> que l'énergie de ces oscillateurs était quantifiée.

Rappelons certains résultats de mécanique statistique.

Si un système macroscopique est constitué par un grand nombre de systèmes (molécules, atomes, électrons ...) en nombre  $N$  ( $N \gg 1$ ), le nombre  $N_n$  de ces systèmes qui sont au niveau d'énergie  $E_n$  sera donné par la distribution de Boltzmann et la probabilité de trouver un système à cette énergie est

$$W_n(E_n) = \frac{N_n}{N} = \frac{e^{-\beta E_n}}{\sum_n e^{-\beta E_n}}$$

avec  $\beta = \frac{1}{kT}$  et  $Z = \sum_n e^{-\beta E_n}$

Si plusieurs niveaux sont confondus, ont la même énergie, ils sont dits dégénérés ( $g_n =$  dégénérescence du niveau d'énergie  $E_n$  égal à 1, 2, 3 etc). Alors

$$W_n = \frac{g_n e^{-\beta E_n}}{\sum_n g_n e^{-\beta E_n}}$$

pour simplifier, oublions pour la suite cette possibilité de dégénérescence des niveaux, des systèmes, des états d'énergie

on appellera  $\bar{E}$  l'énergie d'un système ou plutôt d'une assemblée de systèmes (énergie moyenne)

$$\bar{E} = \sum_n \omega_n E_n = \sum_n E_n \frac{e^{-\beta E_n}}{\sum_n e^{-\beta E_n}}$$

on constate que  $\frac{dZ}{d\beta} = - \sum_n E_n e^{-\beta E_n}$

$$\text{donc } \bar{E} = - \frac{1}{Z} \frac{dZ}{d\beta} = - \frac{d}{d\beta} (\log Z)$$

Dans le cas qui nous intéresse, les systèmes sont des petits oscillateurs linéaires et Planck suppose que leur énergie est quantifiée:

$$E_n = n \epsilon \quad \text{avec } n = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ etc}$$

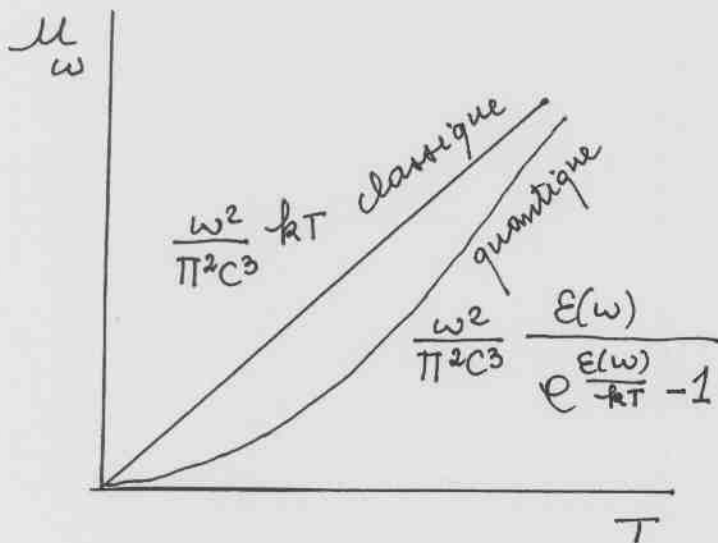
$$\text{donc } Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n \epsilon} = 1 + e^{-\beta \epsilon} + e^{-2\beta \epsilon} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-\beta \epsilon}}$$

$$\text{d'où } \bar{E} = \frac{d}{d\beta} \log(1 - e^{-\beta \epsilon}) = \frac{\epsilon e^{-\beta \epsilon}}{1 - e^{-\beta \epsilon}}$$

$$\bar{E} = \frac{\epsilon}{e^{\beta \epsilon} - 1} = \frac{\epsilon}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1}$$

Dans le cas du corps noir qui nous intéresse, la densité d'énergie par unité de volume sera le produit du nombre de modes par  $\bar{E}$  donc

$$u_{\omega}(\omega, T) = \frac{dg}{d\omega} \cdot \bar{E}(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\epsilon(\omega)}{e^{\frac{\epsilon(\omega)}{kT}} - 1}$$



on constate que si  $T$  devient très grand, on peut développer  $e^{\frac{\epsilon(\omega)}{kT}} = 1 + \frac{\epsilon(\omega)}{kT} + \dots$  et la variation de  $u_{\omega}$  quantique tend vers celle obtenue classiquement en page (3) les variations différent pour  $T$  quelconque

on peut maintenant obtenir les formes de  $u_\omega$ ,  
 $u_\lambda$  en posant

(10)

$$\underline{\underline{\varepsilon = \hbar \omega = hc/\lambda}}$$

alors

$$u_\omega(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1)}$$

et comme  $u_\lambda(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} u_\omega(\omega, T)$

on trouve

$$\underline{\underline{u_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)}}}$$

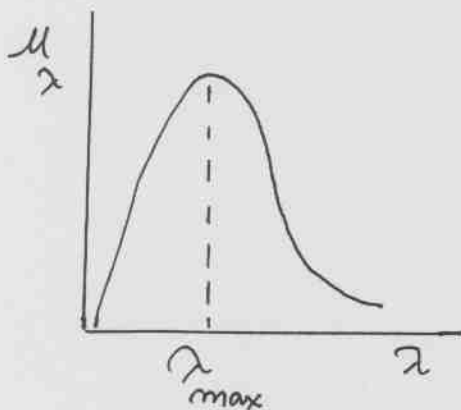
en bon accord avec les résultats expérimentaux. Les lois de  
 Stefan et de Wien s'en déduisent aisément

$$u_t = \int_0^\infty u_\omega d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \frac{\omega^3}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} d\omega$$

si  $\frac{\hbar \omega}{kT} = x$

$$u_t = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \left( \frac{kT}{\hbar} \right)^4 \underbrace{\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}}_{\text{intégrale qui vaut } \frac{\pi^4}{15}}$$

d'où  $u_t = \sigma T^4$  avec  $\sigma = \frac{k^4 \pi^2}{15 c^3 \hbar^3}$  loi de Stefan



pour trouver la loi de Wien, calculons  $\lambda_{max}$

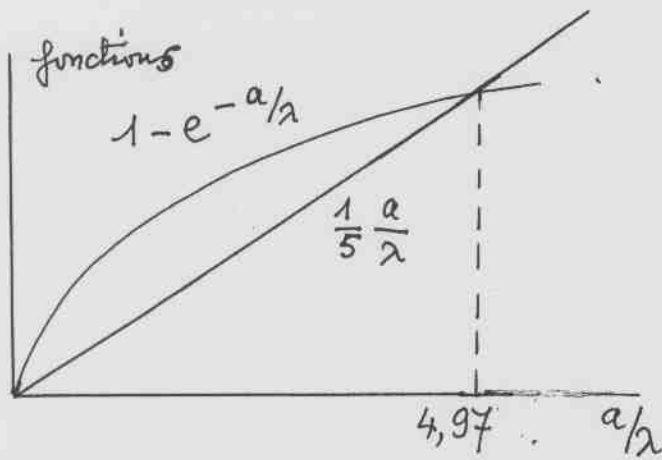
$$\frac{d}{d\lambda} \left( \frac{1}{u_\lambda} \right) = \frac{d}{d\lambda} (\text{constante } \lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)) = 0$$

$$5\lambda^4 (e^{a/\lambda} - 1) - \lambda^5 \frac{a}{\lambda^2} e^{a/\lambda} = 0$$

$$5\lambda (e^{a/\lambda} - 1) - a e^{a/\lambda} = 0$$

$$1 - e^{-a/\lambda} = \frac{a}{5\lambda}$$

on trouve graphiquement (ou numériquement) la racine  
 de cette équation transcendante



$$\frac{a}{\lambda_{\max}} = \frac{hc}{kT \lambda_{\max}} = 4,97 \quad (11)$$

$$\text{et } \lambda_m T = 0,201 \frac{hc}{k}$$

loi de Wien

du déplacement du maximum de  $M_\lambda(\lambda)$  en fonction de  $T$  du corps noir

Comme la loi de Wien était phénoménologiquement bien connue, la relation précédente a permis de vérifier les valeurs de  $N$  (nombre d'Avogadro) et de calculer  $h$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

$$\hbar = 1,052 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

La loi de Planck et son hypothèse  $E_n = nE$  a été capitale pour la compréhension des aspects quantiques

Des expériences ont ensuite démontrées l'existence des particules élémentaires, la quantification de la charge et de l'énergie dans la matière. Citons

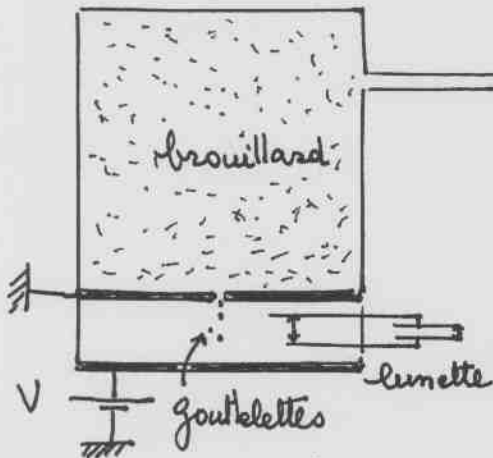
- l'expérience de Millikan (1911) avec des gouttelettes chargées qui apporta la preuve de la quantification de la charge avec pour charge élémentaire détectable celle de l'électron  $1,602 \cdot 10^{-19}$  coulomb 11', 11''

- l'expérience de Rutherford et Nelson <sup>(1910)</sup> avec des particules  $\alpha$  (noyau d'Helium) émises par le radium qui permit de confirmer la charge des protons, leur nombre dans un noyau, en même temps que d'apporter une estimation assez solide de la taille d'un noyau 11''', 11''''

- l'expérience de Franck et Hertz (1914) qui a prouvé que, dans un atome, l'énergie des électrons est quantifiée 115, 116

- Plus tard, des expériences telles celle de Dymond et Watson (1928) ont permis d'explorer les divers niveaux d'énergie, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour ioniser un atome et celles pour exciter des changements d'énergie des électrons dans l'atome 117, 118

# Expérience de Millikan (1911)



Dans l'enceinte supérieure, on pulvérise un brouillard d'huile minérale qui tombe ensuite lentement. Certaines gouttelettes tombent dans le compartiment inférieur par un trou. Les faces horizontales de ce compartiment sont métalliques. Des rayons (photons X) ionisent pendant un temps bref les gouttelettes qui sont donc chargées. En modifiant la tension entre les électrodes, on change le champ  $E$  qui agit sur ces charges.

1) Ecrire l'équation du mouvement d'une gouttelette. On appellera  $e_1$  la charge positive d'une gouttelette (des électrons ont été éjectés),  $r$  son rayon,  $\rho$  sa masse volumique,  $\eta$  le coefficient de viscosité du gaz,  $\rho'$  la masse volumique du gaz

les forces qui agissent sur une gouttelette sont :

- force électrostatique  $+ e_1 E$
- force de pesanteur  $- \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 g$
- la poussée d'Archimède  $\rho' \frac{4}{3} \pi r^3 g$
- la force de frottement  $- 6 \pi \eta v r$

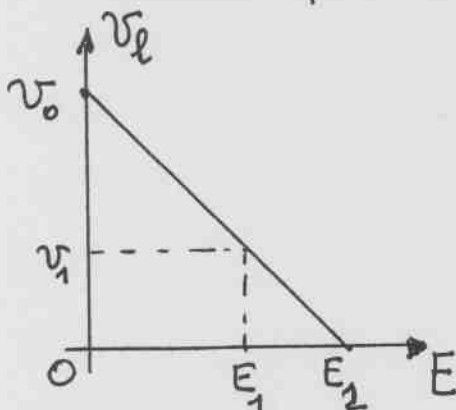


d'où 
$$\rho \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{dv}{dt} = e_1 E + \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho' - \rho) - 6 \pi \eta v r$$

si on parvient à une vitesse limite  $v_e$ ,  $\frac{dv}{dt} = 0$

$$v_e = \frac{-1}{6 \pi \eta r} [e_1 E + \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho' - \rho)]$$

2) On peut mesurer  $v_e$  pour diverses valeurs de  $E$ . Tracer  $v_e(E)$  pour  $E$  variant entre 0 et une valeur  $E_1$ . En déduire pour une gouttelette  $r$  et la charge  $e_1$ .



en  $v_0$ ,  $E = 0$  d'où

$$v_0 = \frac{2g}{9\eta} (\rho - \rho') r^2$$

$$\text{d'où } r = 3 \left[ \frac{5v_0}{2g(\rho - \rho')} \right]^{1/2}$$

on calcule ensuite la pente de la droite  $v_e(E)$  (11")  
 en mesurant  $v_e = v_1$  pour un champ  $E_1$  ou si c'est  
 possible en annulant  $v_e$  pour un champ  $E_2$

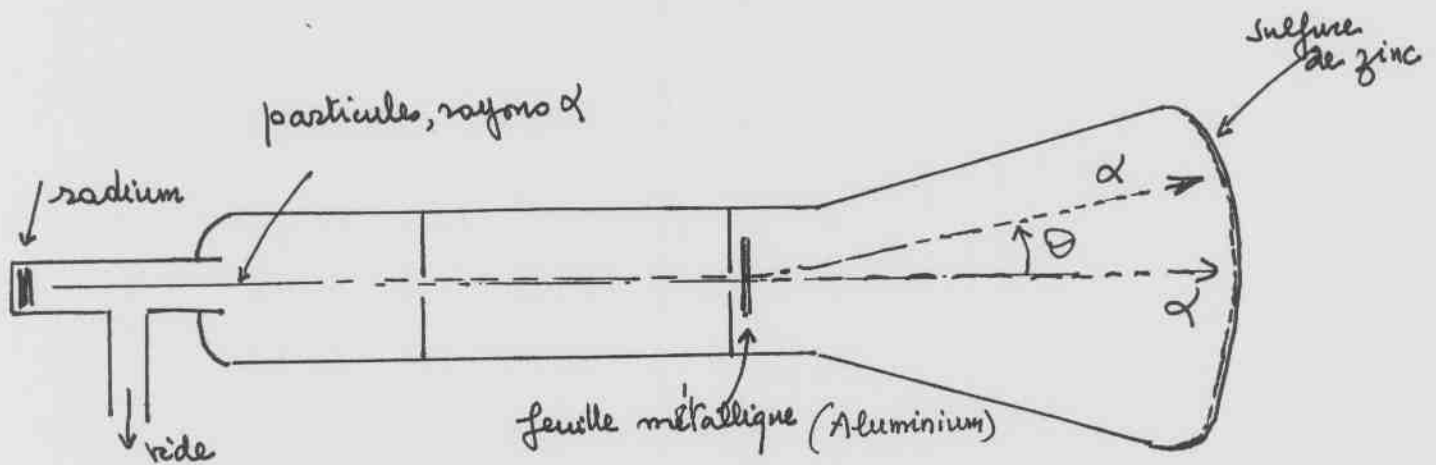
$$v_0 - v_1 = \frac{e_1 E_1}{18\pi} \left[ \frac{2g(\rho - \rho')}{\eta^3 v_0} \right]^{1/2}$$

$$e_1 = \frac{18\pi (v_0 - v_1)}{E_1} \left[ \frac{\eta^3 v_0}{2g(\rho - \rho')} \right]^{1/2}$$

$$e_1 = \frac{4\pi \eta^3 g (\rho - \rho')}{3 E_2} = \frac{18\pi}{E_2} \left[ \frac{\eta^3 v_0^3}{2g(\rho - \rho')} \right]^{1/2}$$

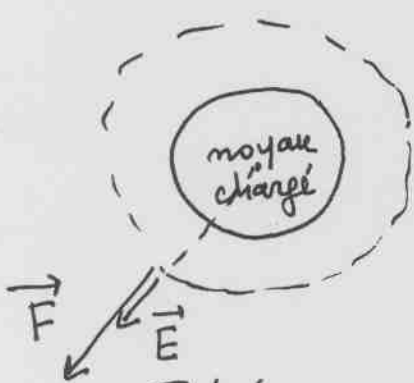
on constate en faisant l'expérience que  $e_1$  est toujours  
 un multiple de  $e_0$  charge de l'électron ( $1,6 \cdot 10^{-19}$  coulomb)

# Expérience de Rutherford et Nelson (1910)



Les rayons  $\alpha$  produits par du radium sont canalisés par des diaphragmes et envoyés ainsi, dans un bon vide, sur une feuille métallique. Le fond de l'ampoule est recouvert de sulfure de zinc qui s'illumine sous l'impact d'une particule  $\alpha$ . On observe des scintillations sur toute la paroi de l'ampoule = les particules  $\alpha$  sont donc déviées en passant à travers la feuille métallique. Nous allons adopter un modèle grossier = la matière est constituée de façon régulière avec des noyaux positifs. Lorsqu'une particule  $\alpha$  ( $> 0$ ) s'approche d'un noyau, l'interaction coulombienne tend à la repousser, d'où des déviations des trajectoires qui, hors de cette région d'interaction, sont supposées rectilignes.

■ Pour simplifier, on néglige les problèmes d'absorption d'énergie et on suppose donc que l'énergie cinétique de la particule n'est pas modifiée. Le noyau est considéré comme une sphère chargée homogène de  $Z$  protons. On sait que la particule  $\alpha$  est chargée  $2e$ . Écrire la force  $\vec{F}$  qui agit sur une particule  $\alpha$  lorsqu'elle passe à une distance  $b$  du noyau (sphère de rayon  $R$ )



Théorème de Gauss: le champ  $\vec{E}$  à une distance  $\vec{r}$  du centre de la sphère est tel que

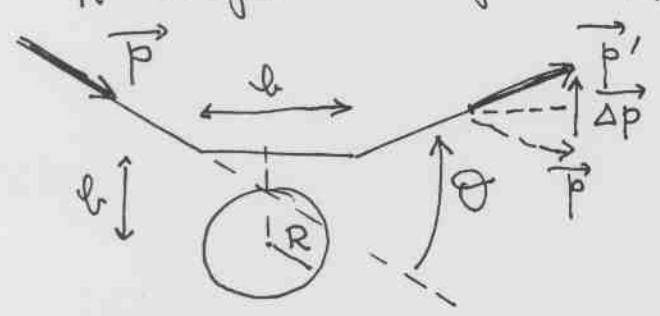
$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iiint \frac{\rho \cdot dV}{\epsilon_0}$$

$$4\pi r^2 E_{\text{radial}} = \frac{Ze}{\epsilon_0}, \quad E = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

la Force  $\vec{F}$  est donc

$$\vec{F} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}, \quad \text{en } b \quad \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

2 Soit une particule  $\alpha$  qui arrive dans le voisinage d'un noyau qui interagit avec elle ce qui entraîne une déviation de sa trajectoire. On suppose que la variation de la trajectoire s'effectue sur une petite distance comparable à la distance  $b$  entre la particule  $\alpha$  et le noyau (avant et après les trajectoires des particules  $\alpha$  sont rectilignes). On appelle  $\theta$  l'angle de déviation entre trajectoire avant et après. On mesure  $\theta$  grâce au montage décrit (impact sur la face peinte au sulfure de zinc). Déduire de la valeur maximale de  $\theta$ ,  $\theta_m$ , une estimation de  $R$  "rayon" du noyau supposé sphérique (avec  $v_0 = 10^7 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\theta_m = 60^\circ$ )



on considère que l'action qui change  $\vec{p}$  en  $\vec{p}'$  se produit pendant un temps  $\Delta t \approx \frac{b}{v_0}$  et on a  $\vec{p}' - \vec{p} = \Delta \vec{p}$ ,  $|\Delta \vec{p}| = 2 p \sin \frac{\theta}{2}$  en première approximation

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \approx \vec{F} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \frac{\vec{z}}{|z|} \text{ vertical}$$

$$|\vec{p}| = M_\alpha v_0 = p \quad \text{d'où} \quad 2 M_\alpha v_0 \frac{\sin \theta}{2} \cdot \frac{v_0}{b} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2}$$

d'où une relation entre  $v_0$ ,  $\theta$  et  $b$  et on constate que plus  $b$  est petit, pour une vitesse  $v_0$  fixée, plus  $\theta$  est grand

$$\frac{4\pi\epsilon_0 M_\alpha v_0^2}{2e^2} = \frac{1}{b \cdot \sin \theta/2} \quad \text{donc pour } \theta \text{ maximum, on obtient } R: \quad R = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 M_\alpha v_0^2 \sin(\theta_m/2)}$$

Al:  $Z = 13$   $M_\alpha = 4 m_{\text{proton}} = 4 \times 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$R = \frac{13 \cdot 2,56 \cdot 10^{-38} \cdot 9 \cdot 10^9 \times 2}{4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{14}} = \frac{599 \cdot 10^{-29}}{6,68 \cdot 10^{-13}} = 89,7 \cdot 10^{-16}$$

$$R \approx 9 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

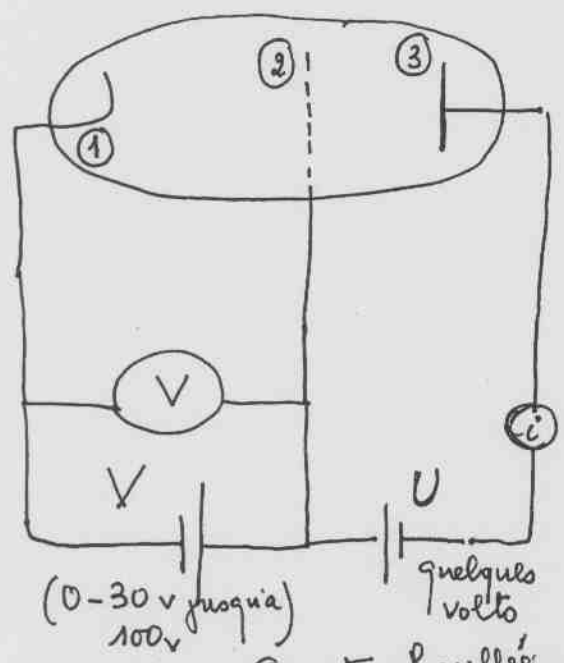
3 la charge des protons n'est pas uniforme dans le proton et on définit "le rayon" comme distance au centre à laquelle la densité manique a la moitié de la valeur centrale avec la relation

$$R_0 = \beta A^{1/3}, \quad \beta = 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ et } A \text{ nombre de nucléons - Ici}$$

on trouve  $R_0 = 1,3 \cdot 10^{-15} (27)^{1/3} = 3,9 \cdot 10^{-15} \text{ m}$   
 ce n'est pas très éloigné.



# Expérience de Franck et Hertz (1914) preuve de l'existence de niveaux d'énergie discrets dans l'atome

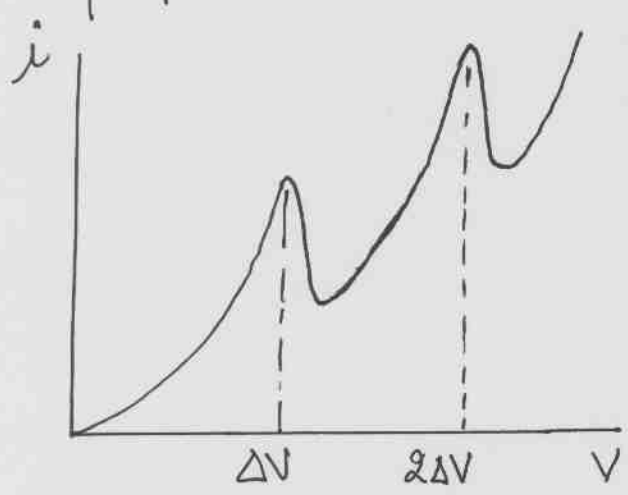


Cette expérience est importante car elle démontre la quantification de l'énergie des atomes sans faire appel à autre chose qu'à la connaissance des électrons en tant que particules.

On utilise un tube en verre avec trois électrodes. Le tube a été l'objet d'un vide assez bon et une goutte de mercure permet une tension de vapeur de Hg suffisante.

La cathode (1) est chauffée pour produire des électrons par effet thermoélectrique; la tension  $V$  entre la grille (2) et (1) est suffisante pour attirer ces électrons qui possèdent en (2) une énergie  $\frac{1}{2}mv^2 = eV + \text{énergie de départ d'éjection}$

Il existe entre la plaque (3) et (2) une tension qui peut freiner les électrons et même les empêcher d'arriver en (3) - les électrons qui parviennent en (3) contribuent au courant  $i$  mesuré.



Faisons l'expérience comme suit: on règle le chauffage de (1), et  $U$ , de telle sorte que  $i = 0$  lorsque  $V = 0$ . On augmente régulièrement  $V$  et on observe d'abord une courbe  $i(V)$  croissante comme dans toute diode; mais pour  $V = \Delta V$ ,  $i$  diminue puis augmente à nouveau comme il est usuel; à  $V = 2\Delta V$ , on observe à nouveau une chute et une croissance. Le processus de

croissance classique  $i(V)$  de diode (triode) interrompu par des chutes de  $i$  peut se reproduire pour  $V = n \Delta V$  entiers positifs.

L'interprétation est simple:

- un électron qui rencontre un atome peut conserver la même énergie si la collision est élastique.
- Par contre, si cette collision s'effectue avec une absorption d'énergie, elle est dite inélastique = l'électron perd de l'énergie et n'a plus après la collision la même énergie cinétique.

Donc dans notre expérience, lorsque  $V < \Delta V$ , les collisions sont élastiques et les électrons qui partent de ① peuvent arriver en ③ avec le U adapté.  $i$  augmente avec  $V$  parce que les électrons sont d'autant plus vers ③ que  $V$  augmente.

Quand  $V = \Delta V$ , des électrons donnent une énergie  $eV_0$  à certains atomes. Si on augmente encore  $V$ , certains peuvent atteindre ③ mais il faut augmenter  $V$  pour retrouver un  $i$  égal à celui observé à  $V = \Delta V$ .

Lorsque  $V = 2\Delta V$ , le phénomène de chute de  $i(V)$  se reproduit ce qui signifie que certains électrons ont perdu  $e\Delta V$  dans une première collision et à nouveau  $e\Delta V$  dans une seconde collision... et ainsi de suite. Dans l'expérience de Franck et Hertz, on trouve  $\Delta V = 4,9$  Volt environ, ce qui correspond à une énergie  $e\Delta V = 4,9$  electronvolt, différence entre les deux niveaux d'énergie les plus bas du mercure.

Remarque:

Si le saut d'énergie est mesuré avec plus de précision, on trouve  $e\Delta V = 4,86$  eV. L'électron de l'atome qui retombera du niveau  $W_1$  au niveau  $W_0$  tel que  $W_1 - W_0 = e\Delta V$ , entrainera l'émission d'un photon tel que

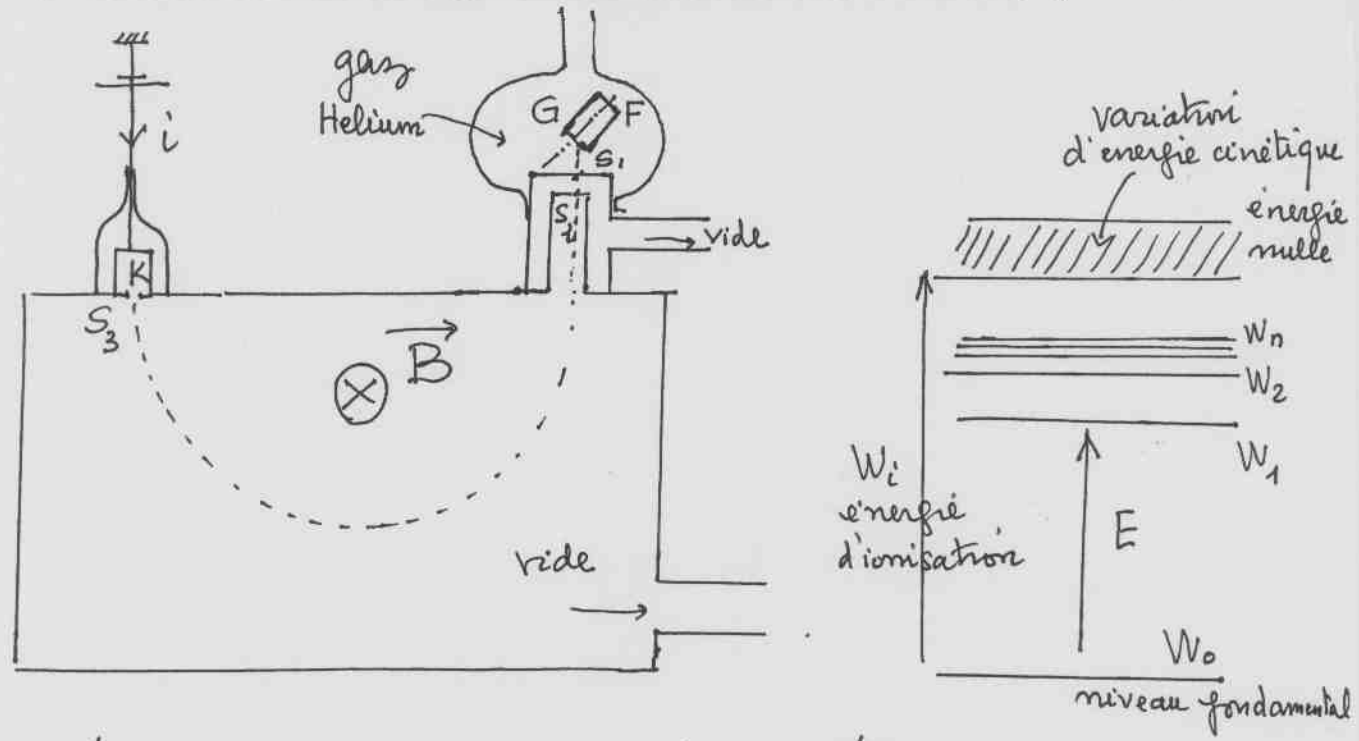
$$h\nu = e\Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,86 \text{ avec } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\text{d'où } \nu = 1,175 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\text{ou } \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,175 \cdot 10^{15}} \approx 2,55 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

la valeur de la raie UV de Hg est 2536 Å  
*(précise)*

Expérience de Dymond - Watson = le modèle (1928)  
de niveaux d'énergie d'un atome est confirmé



On désire vérifier la pertinence d'un modèle de niveaux d'énergie pour les électrons du matériau comme indiqué ci-dessus (droite)

Filament de tungstène qui produit des électrons

G accélérateur avec  $V \approx 100$  volts donc  $eV \gg$  énergie thermique  $0,1 eV$

Helium choisi car monoatomique avec une pression suffisamment faible pour que les électrons n'aient qu'une collision avec les He

$S_1, S_2$  fentes collimatrices

B champ magnétique dans la chambre à vide. On aura

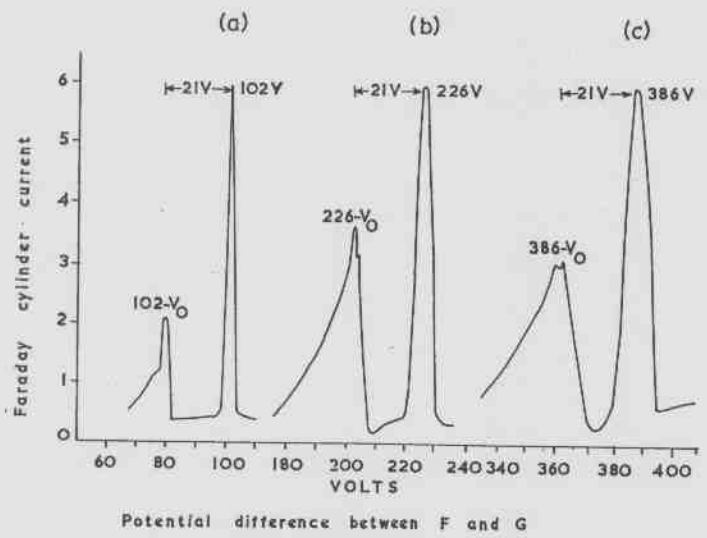
$$e v B = \frac{m v^2}{r} \quad r = \frac{m v}{e B} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} m v^2 = e V$$

en changeant  $V$  et  $B$ , on change  $r$  et on peut donc explorer quelles énergies contient le faisceau d'électrons: pour un  $r$  convenable, les électrons entrent en  $S_3$

K: les électrons créent un courant  $i$  mesuré

les résultats sont les suivants pour diverses tensions  $V$  initiales. On peut tracer l'intensité du courant  $i$  en fonction d'une différence d'énergie en électronvolts: on impose par exemple  $V$  et on change  $B$  alors, on a

$$e V = \frac{e^2 r^2}{2} B^2 \quad \text{et on calcule } eV \text{ pour chaque } B \text{ mesurée}$$



On constate que, quelle que soit  $V$  (dans eV), la plupart des électrons ne perdent pas d'énergie: leur collision avec les atomes He est élastique qu'aucun électrons ne perd moins de 21 eV d'où un pic assez net à  $V - 21$  volts que des électrons perdent plus d'énergie que 21 eV; on mesure une discontinuité à  $-24$  volts puis ensuite cela devient une chute assez continue.

explication:

