Exercice 402N

Lames cristallines, lumière polychromatique

1. $\begin{cases} E_x = E_0 \cos \omega t \\ E_y = 0 \end{cases}$ (après le polariseur)

$$\begin{cases} E_{x'} = \dfrac{E_0}{\sqrt{2}} \cos \omega t \\ E_{y'} = \dfrac{E_0}{\sqrt{2}} \cos \omega t \end{cases}$$

Après la lame L :

$$\begin{cases} E_{x'} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} E_0 \cos \omega t \\ E_{y'} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} E_0 \cos(\omega t - \varphi) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n e$$

$$\begin{cases} E_x = \frac{1}{2} E_0 \cos \omega t + \frac{1}{2} E_0 \cos(\omega t - \varphi) \\ E_y = -\frac{1}{2} E_0 \cos \omega t + \frac{1}{2} E_0 \cos(\omega t - \varphi) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos \dfrac{\varphi}{2} \cos\left(\omega t - \dfrac{\varphi}{2}\right) \\ E_y = E_0 \sin \dfrac{\varphi}{2} \sin\left(\omega t - \dfrac{\varphi}{2}\right) \end{cases}$$

Après l'analyseur A :

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \sin \dfrac{\varphi}{2} \sin\left(\omega t - \dfrac{\varphi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{I = I_0 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = 0$ pour $\frac{\varphi}{2} = p\pi \iff e = \frac{p\lambda}{\Delta n}$

$\sin^2 \frac{\varphi}{2} = 1$ pour $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} + p\pi \iff e = \left(p + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{\Delta n}$

On va observer des franges d'interférences.

Calcul de l'interfrange :

$$e = y \tan\theta$$

$$y \tan\theta = \frac{p\lambda}{\Delta n} \Rightarrow y \approx \frac{p\lambda}{\theta \Delta n}$$

interfrange entre les franges p et $p+1$.

$$i = (p+1)\frac{\lambda}{\theta\Delta n} - p\frac{\lambda}{\theta \Delta n} = \boxed{\frac{\lambda}{\theta \Delta n}}$$

---

2. Pour ne pas mélanger l'ordre p et l'ordre $p+1$, il faut avoir $\Delta p < 1$

$$p = \frac{\Delta n\, e}{\lambda} \quad \text{d'où} \quad \Delta p = \Delta n\, e \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right| < 1$$

$$\boxed{\Delta\lambda < \frac{\lambda^2}{\Delta n\, e}}$$

pour $e_0 = 1\,mm$, $\Delta\lambda < 220$ Å
pour $e_0 = 1\,cm$, $\Delta\lambda < 20$ Å

3a. Avec deux raies, et pas un continuum, on aura une légère figure d'interférence pour $e_0 = 1\,cm$. ($\Delta\lambda < 20$ Å)
Pour $e_0 = 1\,mm$, on aura pas de problème.

3b. Pour $e_0 = 0$ et pour tout λ, on a $\varphi = 0$
Si e_0 augmente, on a une alternance de franges nettes et floues.
On a un système de franges nettes si celles liées à λ_1 sont en concordance avec celles de λ_2.

Il existe deux entiers p_1 et p_2 tels que :

$$\delta = \Delta n\, e_0 = p_1\lambda_1 = p_2\lambda_2$$

$$\delta = \Delta n e_0 = p_1 \lambda_1 = p_2 \lambda_2$$
$$= (p_1 + m)\lambda_2 \quad \text{avec } m \text{ entier}$$

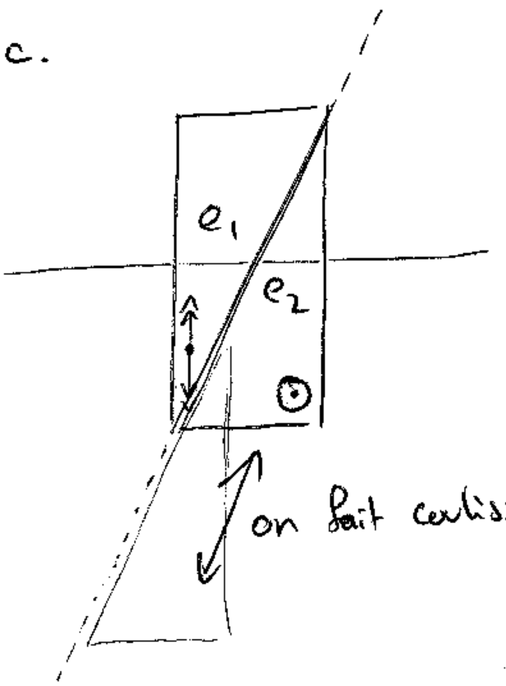
$$p_1 = m \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

$$e_0 = m \underbrace{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\Delta n (\lambda_1 - \lambda_2)}}_{a} \qquad a = 11\,mm \quad (A.N.)$$

$$e_0 = ma$$

Sur l'écran $\quad y = m \frac{1}{\Delta n \theta} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)} = \frac{m}{\theta} a$

3.c.



on fait coulisser le 2ème prisme pour faire varier e_2.

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e) e_1$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o) e_2$$

à la traversée des deux prismes,

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \underbrace{(e_2 - e_1)}_{e_0}}$$